

# 实验三 图像频率域图像增强

## 一、实验目的

1. 了解数字图像频域变换的目的。
2. 掌握傅里叶变换及逆变换的基本原理方法。
3. 理解频域滤波的基本原理及方法。
4. 掌握数字图像 FFT、DCT 变换的方法。

## 二、实验原理

### 1、傅里叶变换

#### 1、应用傅立叶变换进行图像处理

傅里叶变换是线性系统分析的一个有力工具，它能够定量地分析诸如数字化系统、采样点、电子放大器、卷积滤波器、噪音和显示点等的作用。通过实验培养这项技能，将有助于解决大多数图像处理问题。对任何想在工作中有效应用数字图像处理技术的人来说，把时间用在学习和掌握傅里叶变换上是很有必要的。

#### 2、傅立叶（Fourier）变换的定义

对于二维信号，二维 Fourier 变换定义为：

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

逆变换：

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

二维离散傅立叶变换为：

$$F(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} f(i, k) e^{-j2\pi(m\frac{i}{N}+n\frac{k}{N})}$$

逆变换：

$$f(i, k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} F(m, n) e^{j2\pi(m\frac{i}{N}+n\frac{k}{N})}$$

图像的傅立叶变换与一维信号的傅立叶变换变换一样，有快速算法，具体参见参考书目，有关傅立叶变换的快速算法的程序不难找到。

#### 3、利用 MATLAB 软件实现数字图像傅立叶变换的程序：

```
%-----  
-----  
clear all;  
close all;  
clc;
```

```
warning off %#ok<*WNOFF>
```

```
%-----  
-----
```

```
I = imread('number.tif'); % 读入原图像文件  
figure(1), imshow(I); % 显示原图像
```

```
fftI = fft2(I); % 二维离散傅立叶变换  
sfftI = fftshift(fftI); % 直流分量移到频谱中心  
RR = real(sfftI); % 取傅立叶变换的实部  
II = imag(sfftI); % 取傅立叶变换的虚部  
A = sqrt(RR.^2+II.^2); % 计算频谱幅值  
A = (A-min(min(A)))/(max(max(A))-min(min(A)))*225; % 归一化  
figure(2), imshow(A); % 显示原图像的频谱
```

## 2、频域低通滤波

频域滤波分为低通滤波和高通滤波两类，对应的滤波器分别为低通滤波器和高通滤波器。

图像的能量大部分集中在幅度谱的低频和中频部分，而图像的边缘和噪声对应于高频部分。因此能降低高频成分幅度的滤波器就能减弱噪声的影响。由卷积定理，在频域实现低通滤波的数学表达式：

$$G(u, v) = H(u, v) F(u, v)$$

$F(u, v)$  是需要钝化图像的傅立叶变换形式， $H(u, v)$  是选取的一个低通过滤波器变换函数， $G(u, v)$  是通过  $H(u, v)$  减少  $F(u, v)$  的高频部分来得到的结果，运用傅立叶逆变换得到钝化后的图像。

(1) 理想低通滤波器 (ILPF)

$$H_{ilp}(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

其中， $D_0$  为指定的非负数， $D(u, v)$  为  $(u, v)$  到滤波器的中心的距离。 $D(u, v) = D_0$  的点的轨迹为一个圆。

(2) 巴特沃斯低通滤波器 (BLPF)

$$H_{blp}(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$

(3) 指数型低通滤波器 (ELPF)

$$H_{elp}(u, v) = \exp \left\{ - \left[ \frac{D(u, v)}{D_0} \right]^n \right\}$$

## 3、频域高通滤波

由于图像中的细节部分与其高频分量相对应，所以高通滤波可以对图像进行锐化处理。高通滤波与低通滤波相反，它是高频分量顺利通过，使低频分量受到削弱。高通滤波器和低通滤波器相似，其转移函数分别为：

(1) 理想高通滤波器 (IHPF)

$$H_{\text{ihp}}(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \geq D_0 \\ 0, & D(u, v) < D_0 \end{cases}$$

(2) 巴特沃斯高通滤波器 (BLPF)

$$H_{\text{bhp}}(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$

(3) 指数型高通滤波器 (ELPF)

$$H_{\text{ehp}}(u, v) = 1 - \exp \left\{ - \left[ \frac{D(u, v)}{D_0} \right]^n \right\}$$

图像经过高通滤波处理后, 会丢失许多低频信息, 所以图像的平滑区基本上会消失。所以, 可以采用高频加强滤波来弥补。高频加强滤波就是在设计滤波传递函数时, 加上一个大于 0 小于 1 的常数  $c$ , 即:

$$H(u, v) = H(u, v) + c$$

### 三、实验内容与要求

#### 1、傅里叶变换

(1) 读入一幅图像, 对其灰度图作快速傅立叶变换。

操作步骤指引:

用 `imread()` 函数读取图像存于 `I` 矩阵中;

用 `fft2()` 函数对其进行 FFT 变换, 并将变换得到的傅立叶频谱存于 `fft_I` 矩阵中;

用 `fftshift()` 函数将傅立叶频谱坐标原点移至窗口中央并存于 `sfft_I` 矩阵中;

显示 FFT 频谱图、移动后的频谱图。

- 由于 `fft_I` 和 `sfft_I` 均为复数矩阵, 须用 `abs()` 函数求其模, 并根据矩阵元素的特点将其归一化到  $0 \sim 255$  之间;

用 `subplot()` 函数及 `imshow` 函数在同一窗口下显示原始灰度图像、FFT 频谱图及移动后的频谱图。

(2) 分别显示其幅度图像和相位图像。

(3) 仅对相位部分进行傅里叶逆变换后查看结果图像。

(4) 仅对幅度部分进行傅里叶逆变换后查看结果图像。

(5) 将图像的傅里叶变换进行逆变换后求其实部, 比较新生成图像与原始图像的差异。

#### 2、平滑频域滤波

(1) 设计理想低通滤波器、巴特沃斯低通滤波器和高斯低通滤波器, 截止

频率自选。

(2) 读出图像，加入椒盐噪声，分别采用上题设计的理想低通滤波器、巴特沃斯低通滤波器和指数型低通滤波器对其进行滤波，再做逆变换得到低通滤波后的空域图像。观察不同的截止频率下采用不同低通滤波器得到的图像与原图像的区别，特别注意振铃效应。

### 3、锐化频域滤波

(1) 设计理想高通滤波器、巴特沃斯高通滤波器和高斯高通滤波器，截止频率自选。

(2) 读出图像，分别采用理想高通滤波器、巴特沃斯高通滤波器和指数型高通滤波器对其进行滤波（截止频率分别为 15, 20, 80），再做反变换得到高通滤波后的空域图像。观察不同的截止频率下采用不同高通滤波器得到的图像与原图像的区别。

## 四、问答题（请回答在实验报告里面）

请在实验报告最后进行简答：

1. 傅里叶变换有哪些重要的性质？
2. 从 FFT 变换得到的频谱图说明 FFT 变换在数字图像处理方面有何作用？
3. 结合实验，评价频域滤波有哪些优点？

## 五、实验报告要求

请同学们完成上述实验：描述实验的基本步骤，用数据和图片给出各个步骤中取得的实验结果和源代码，并进行必要的讨论，必须包括原始图像及其计算/处理后的图像以及相应的解释。